



## ***Mathematisierung in Leistungskursen***



- Strukturierungsvorgaben für Abiturklausuren
- Ziele der Studie
- Ableitung der Mathematisierungsbereiche
- Design/Methode
- Ergebnisse
  - Gesamtergebnis
  - Ländervergleich
- Resümee



- Fachliche Inhalte sind nach Sachgebieten strukturiert
- Inhalte werden mit Kompetenzbereichen verknüpft
- Anforderungsbereiche erfassen Leistungsvermögen
  - AFB I (Reproduktion), AFB II (Anwendung), AFB III (Transfer)
  - Aufgabenanteil in AFB III < AFB I < AFB II
  - Nur bedingt eingehalten: AFB III < AFB II < AFB I  
(Kühn, 2010)
- Leistungskurse: Vertiefte Wissenschaftspropädeutik  
→ erhöhter Mathematisierungsgrad von Sachverhalten



- Strukturierungsvorgaben für Abiturklausuren
- **Ziele der Studie**
- Ableitung der Mathematisierungsbereiche
- Design/Methode
- Ergebnisse
  - Gesamtergebnis
  - Ländervergleich
- Resümee

# Ziele der Studie / Forschungsfragen



- Wie hoch ist der Anteil der Anforderung „Mathematisierung von Sachverhalten“?
- Wie hoch sind die Anteile mathematischer und nicht mathematischer Anforderungen?
  - ✓ Kategorisierung von Mathematisierungsbereichen
  - ✓ Ländervergleich unter Berücksichtigung der Stadien des Zentralabiturs
  - ✓ Vergleich zwischen zentral und dezentral prüfenden Ländern



- Strukturierungsvorgaben für Abiturklausuren
- Ziele der Studie
- **Ableitung der Mathematisierungsbereiche**
- Design/Methode
- Ergebnisse
  - Gesamtergebnis
  - Ländervergleich
- Resümee



- Mathematik spielt eine essenzielle Rolle in der Geschichte und Gegenwart der Physik

(Krey & Mikelskis, 2009)

- Physik benutzt häufig das Rechnen mit Variablen und Zahlen





- Fachspezifische Unterschiede in der mathematischen Sprache zwischen Mathematik- und Physikunterricht (Pospiech, 2008)

Mathematikunterricht	Physikunterricht
$f(x), g(y)...$	$s(t), F(s)...$

- SuS lernen Formeln auswendig statt sie zu verstehen
- SuS registrieren bei Variablenwechsel meist nur die Gleichungsform ohne die Parameter zu identifizieren (Erickson, 2006)
- Umformungen von Gleichungen können durch Variablenvielfalt erschwert werden



## Unterscheidung zwischen mathematischen und physikmethodischen Umformungen



- Größere Äquivalenzumformungen
- Einsetzen von Gleichungen
- Umgang mit Termen

- Aufwendige Einheitenberechnungen unter Berücksichtigung von Einheitsdefinitionen



- Verstehen, interpretieren und anwenden von Funktionsvorschriften und ihren graphischen Darstellungen
- Das Verstehen funktionaler Zusammenhänge war bei TIMSS III schwierigkeiterzeugend  
(Baumert, Bos & Lehmann, 2000)
- SuS können mit funktionalen Zusammenhängen in rein mathematischen Kontexten besser umgehen als in physikalischen Kontexten (Angell, Kind, Henriksen & Guttersrud, 2008)



## Unterscheidung zwischen mathematischer und physikalischer Anwendung



- Allgemeine Funktionsbeschreibung
- Variableneinfluss in Funktionsgleichungen
- Funktionale Zusammenhänge belegen
- Allgemeine Funktionsmerkmale

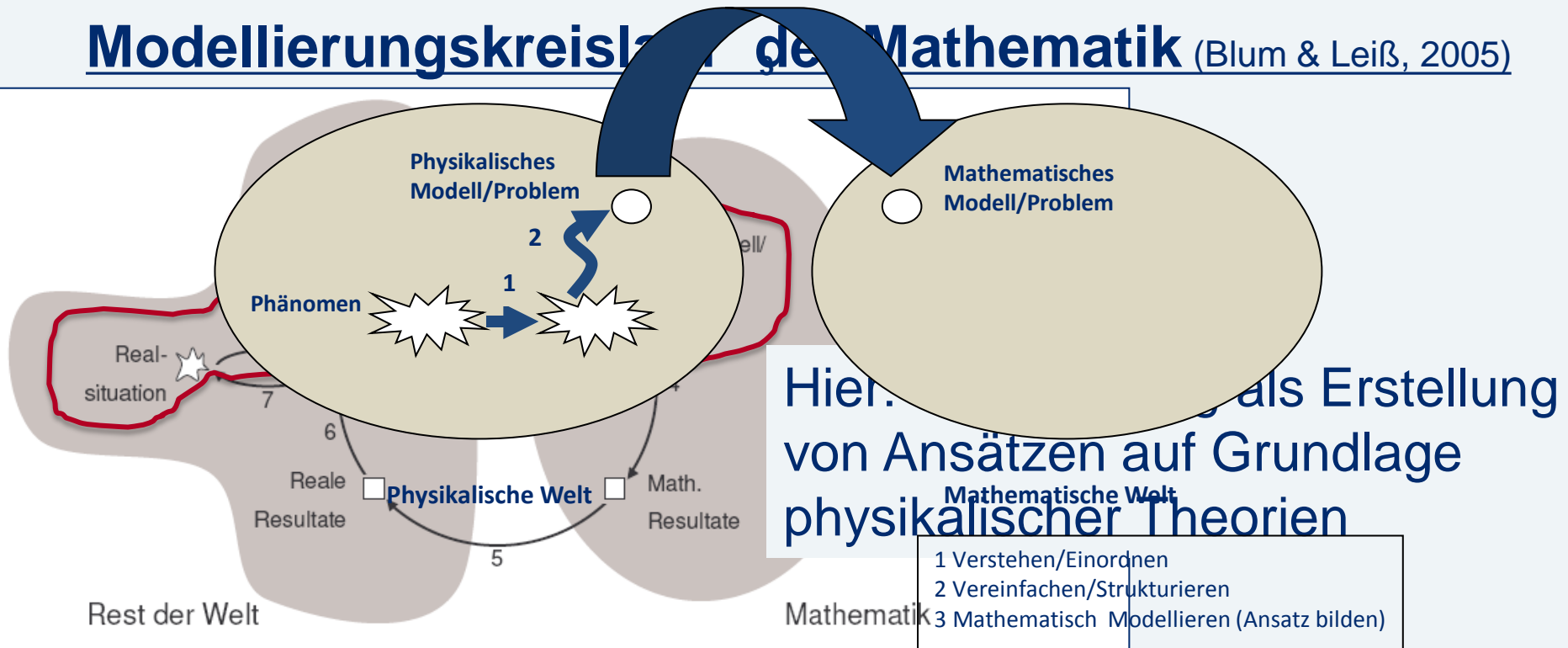
Physikalische Interpretation durch Instrumentalisierung mathematischer Operationen:

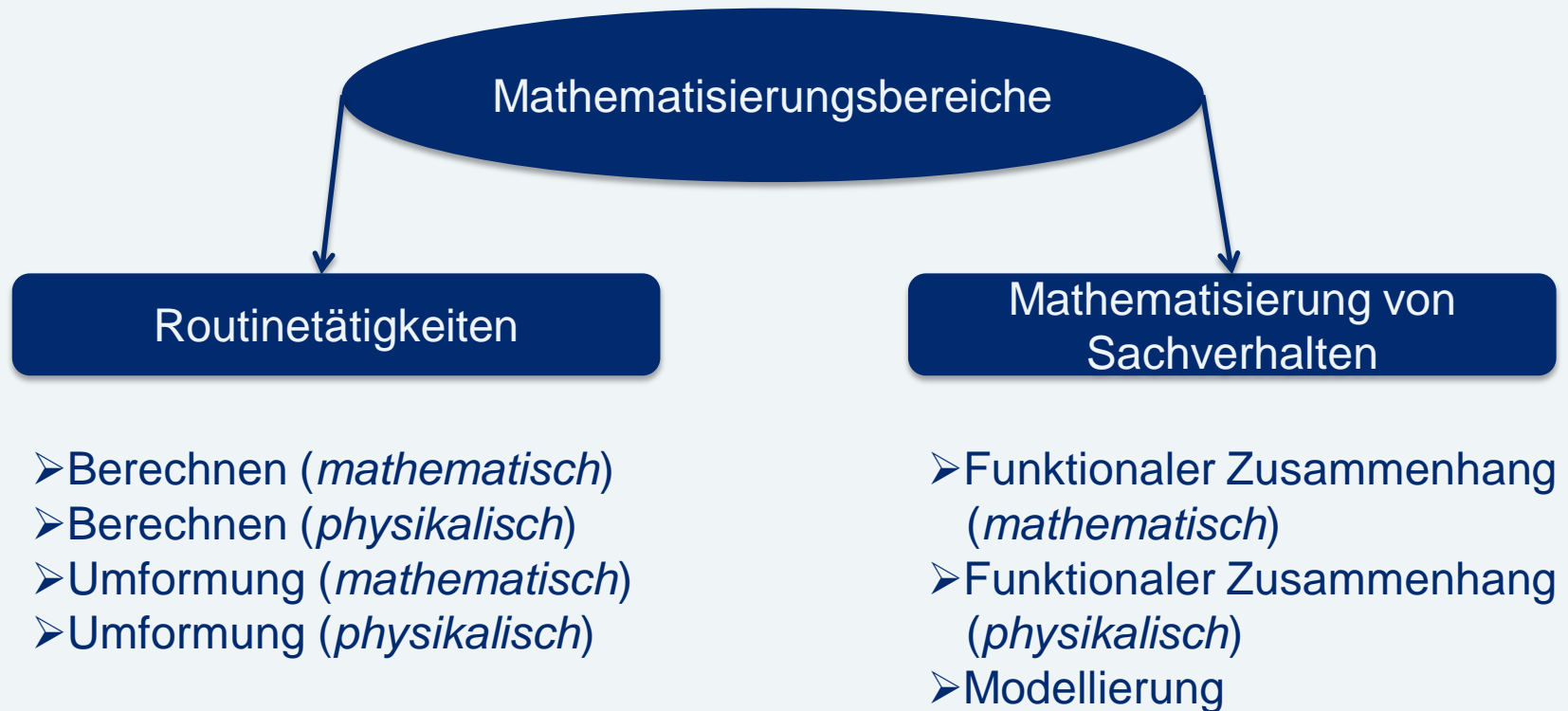
- Stammfunktionen und Ableitungen physikalisch interpretieren
- Funktionsmerkmale deuten
- Interpretation von Funktionsvorschriften



- Mathematisches Modellieren und die Fähigkeit zur Mathematisierung ist wesentlicher Teil der Methodik und der Erkenntnisgewinnung (Pospiech, 2006)

## Modellierungskreislauf der Mathematik (Blum & Leiß, 2005)







- Strukturierungsvorgaben für Abiturklausuren
- Ziele der Studie
- Ableitung der Mathematisierungsbereiche
- **Design/Methode**
- Ergebnisse
  - Gesamtergebnis
  - Ländervergleich
- Resümee



- Berücksichtigung verschiedener Stadien des Zentralabiturs (BW: 1946, ST: 1993, NW 2007)
- Berücksichtigung dezentraler Prüfungen (RP)
- Klausuren der Jahrgänge: 2006-2009



## Schrittanalyse aller Lösungsschritte:

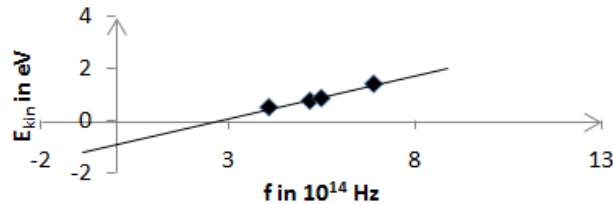
- Analyse der Erwartungshorizonte zentraler Prüfungen (Klausurensets)
- Analyse selbst erstellter Musterlösungen dezentraler Klausuren aus RP (N=10)
- Analyse auf Grundlage eines Manuals ( $\kappa = .9$ )
- Mathematisierungsbereiche als disjunktes Kategoriensystem
- Ein Schritt = Eine Lösungstätigkeit, die einem Mathematisierungsbereich zugeordnet werden kann
- Analyse von 1152 Lösungsschritten



## Schrittanalyse einer Teilaufgabe

Die folgende Tabelle und das dazugehörige Diagramm zeigen Untersuchungsergebnisse des Photoeffekts. Bestimmen Sie die Grenzfrequenz und das Planck'sche Wirkungsquantum.

f in $10^{14}$ Hz	3,91	5,19	5,49	6,88
$E_{kin}$ in eV	0,39	0,75	0,85	1,61



### Lösung:

Das Untersuchungsergebnis lässt sich mit dem Zusammenhang

$$E_{kin} = E_{Licht} - W_A \text{ beschreiben}$$

Die Grenzfrequenz ist aus dem Diagramm ablesbar:  $f_{gr} \approx 2,8 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

Das Planck'sche Wirkungsquantum entspricht der Steigung des Graphen.

$$\text{Es berechnet sich nach: } \frac{\Delta E_{kin}}{\Delta f} = \frac{(1,61 \text{ V} - 0,39 \text{ V}) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{6,88 \cdot 10^{14} \text{ Hz} - 3,91 \cdot 10^{14} \text{ Hz}} = 6,57 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Modellierung

Physikalischer funktionaler Zusammenhang

Physikalische Berechnung

Mathematische Berechnung



- Ein Schritt = Eine Lösungstätigkeit, die einem Mathematisierungsbereich zugeordnet werden kann

Die folgende Tabelle zeigt Untersuchungsergebnisse des Photoeffekts. Bestimmen das Planck'sche Wirkungsquantum.

f in $10^{14}$ Hz	6,8	7,1	7,4	7,7
$E_{kin}$ in eV	0,293	0,416	0,549	0,668

## Lösung im Erwartungshorizont

- Das Planck'sche Wirkungsquantum entspricht der Steigung des linearen Verlaufs. Es berechnet sich nach: 
$$\frac{\Delta E_{kin}}{\Delta f} = \frac{E_{kin,2} - E_{kin,1}}{f_2 - f_1} = \frac{(10,7 - 4,7) \cdot 10^{-20} \text{ Js}}{(7,7 - 6,8) \cdot 10^{14}} = 6,67 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

## Darlegung notwendiger Lösungsschritte

$$h = \frac{\Delta E_{kin}}{\Delta f} = \frac{E_{kin,2} - E_{kin,1}}{f_2 - f_1} = \frac{(0,668 - 0,293) \text{ eV}}{(7,7 - 6,8) \cdot 10^{14} \frac{1}{s}}$$

Mathematische Berechnung

es gilt:  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ , das Planck'sche Wirkungsquantum hat somit den Wert:

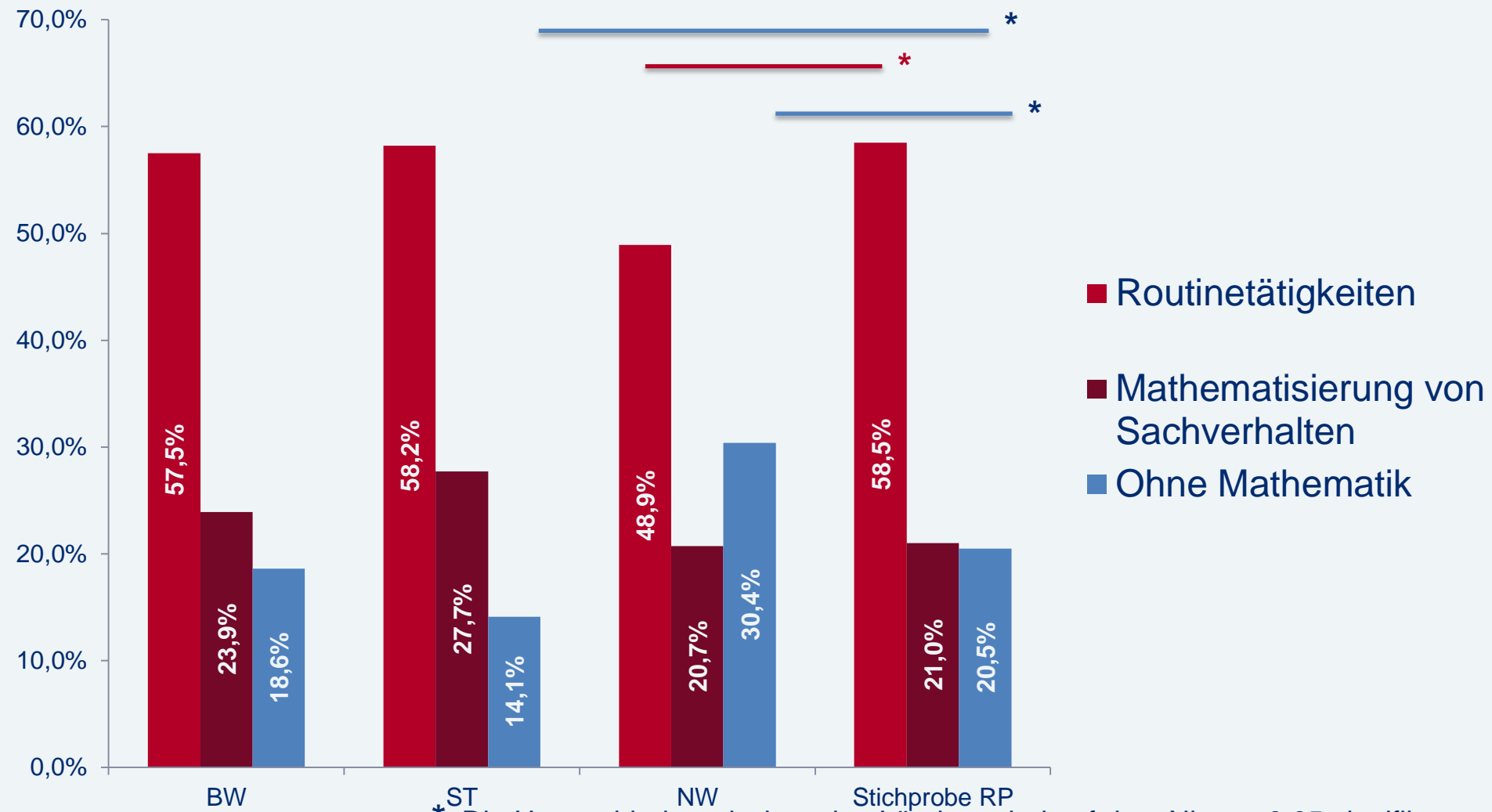
$$h = \frac{(0,668 - 0,293) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Js}}{(7,7 - 6,8) \cdot 10^{14}} = 6,67 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Physikalische Berechnung



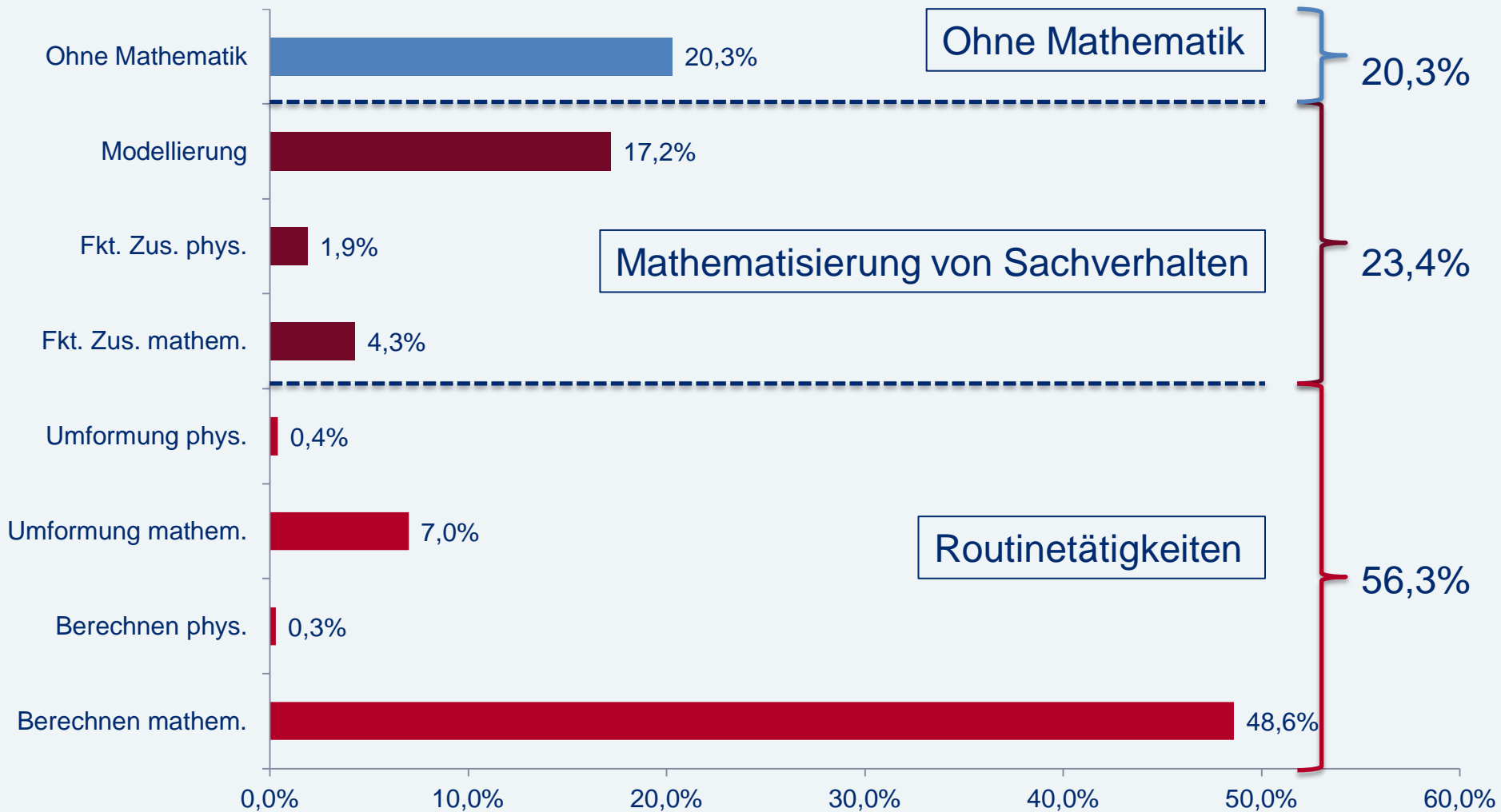
- Strukturierungsvorgaben für Abiturklausuren
- Ziele der Studie
- Ableitung der Mathematisierungsbereiche
- Design/Methode
- **Ergebnisse**
  - Gesamtergebnis
  - Ländervergleich
- Resümee

# Ländervergleich: Mathematische und nicht-mathematische Anteile

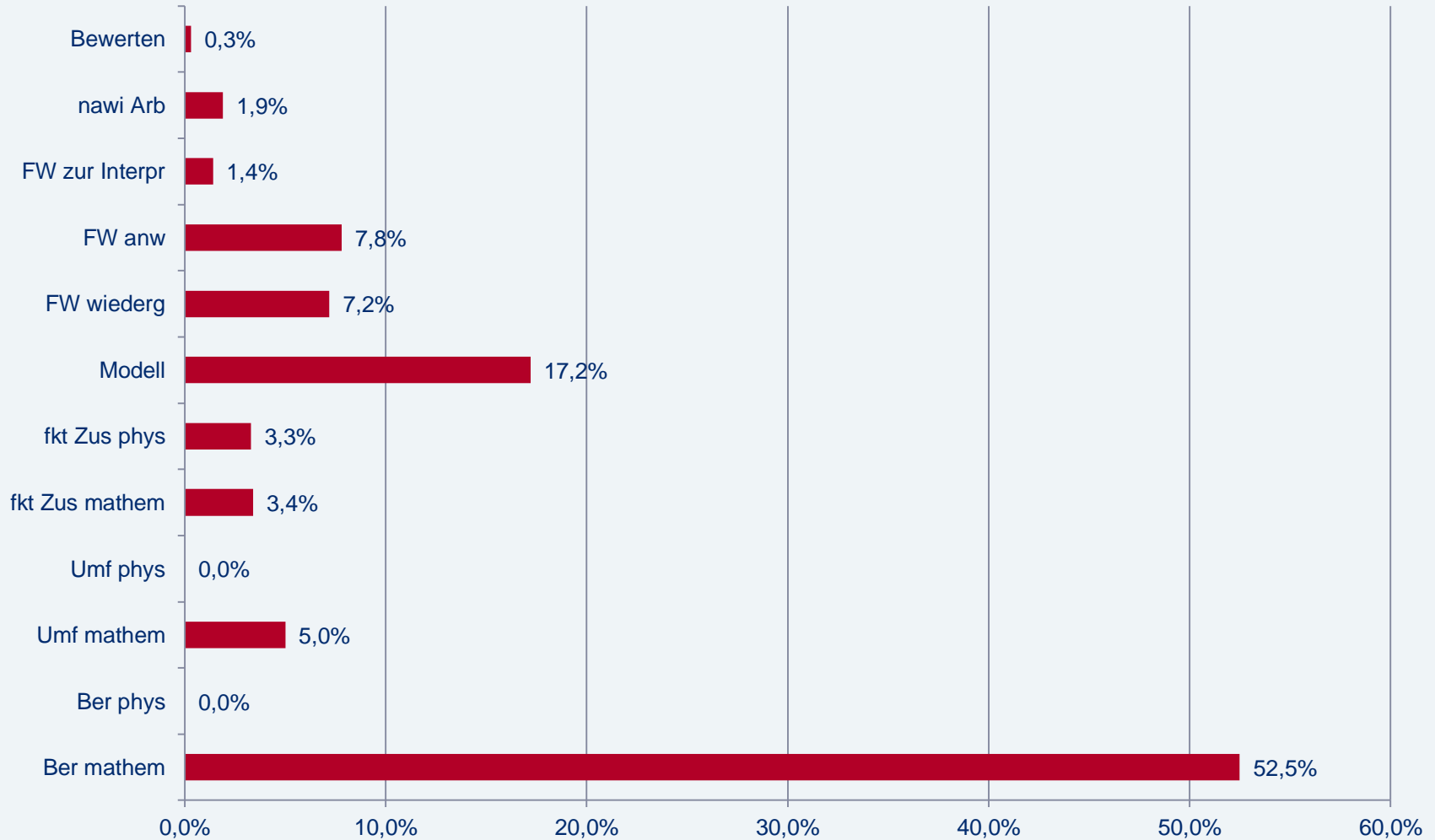


\*. Die Unterschiede zwischen den Ländern sind auf dem Niveau 0.05 signifikant.

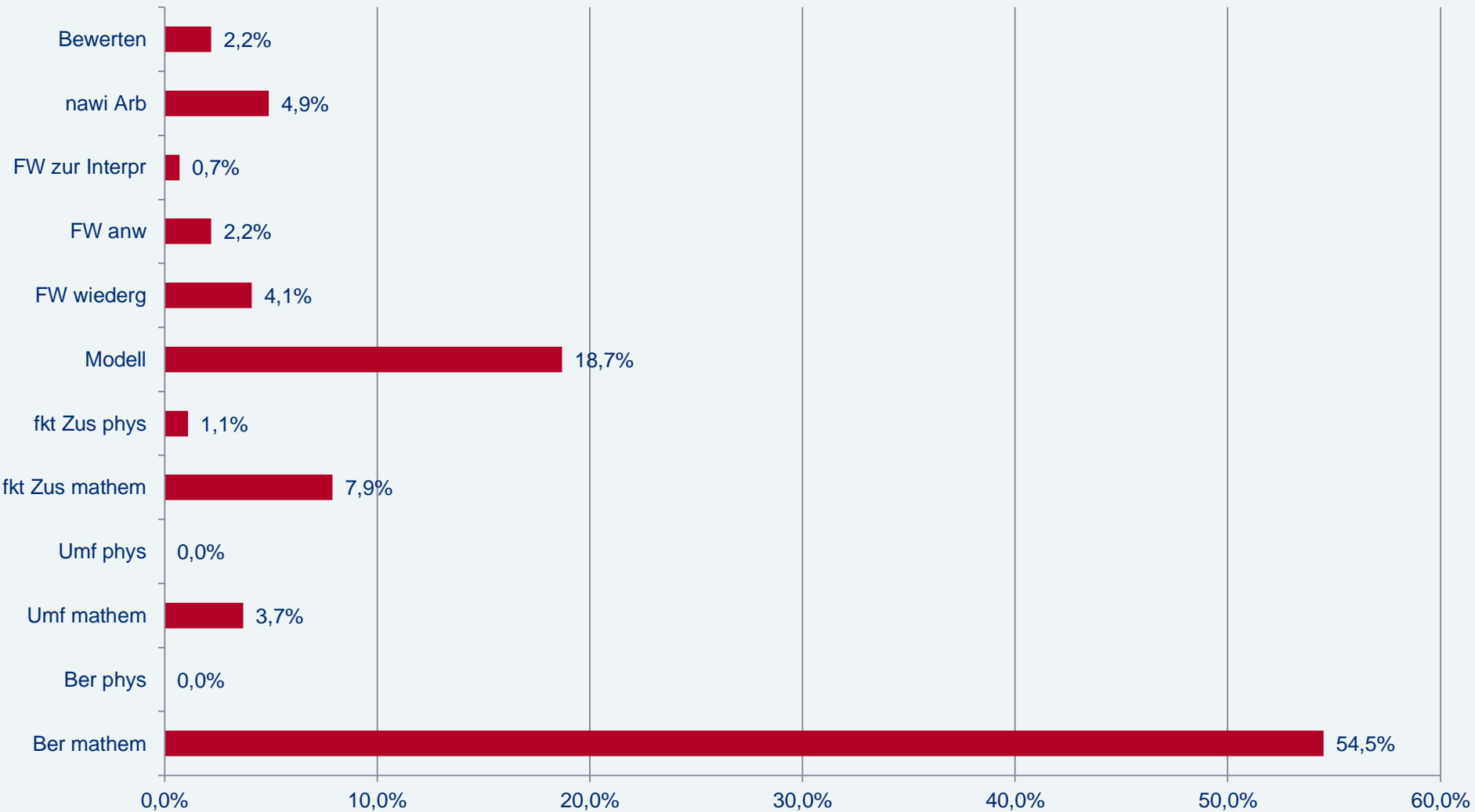
# Gesamtergebnis



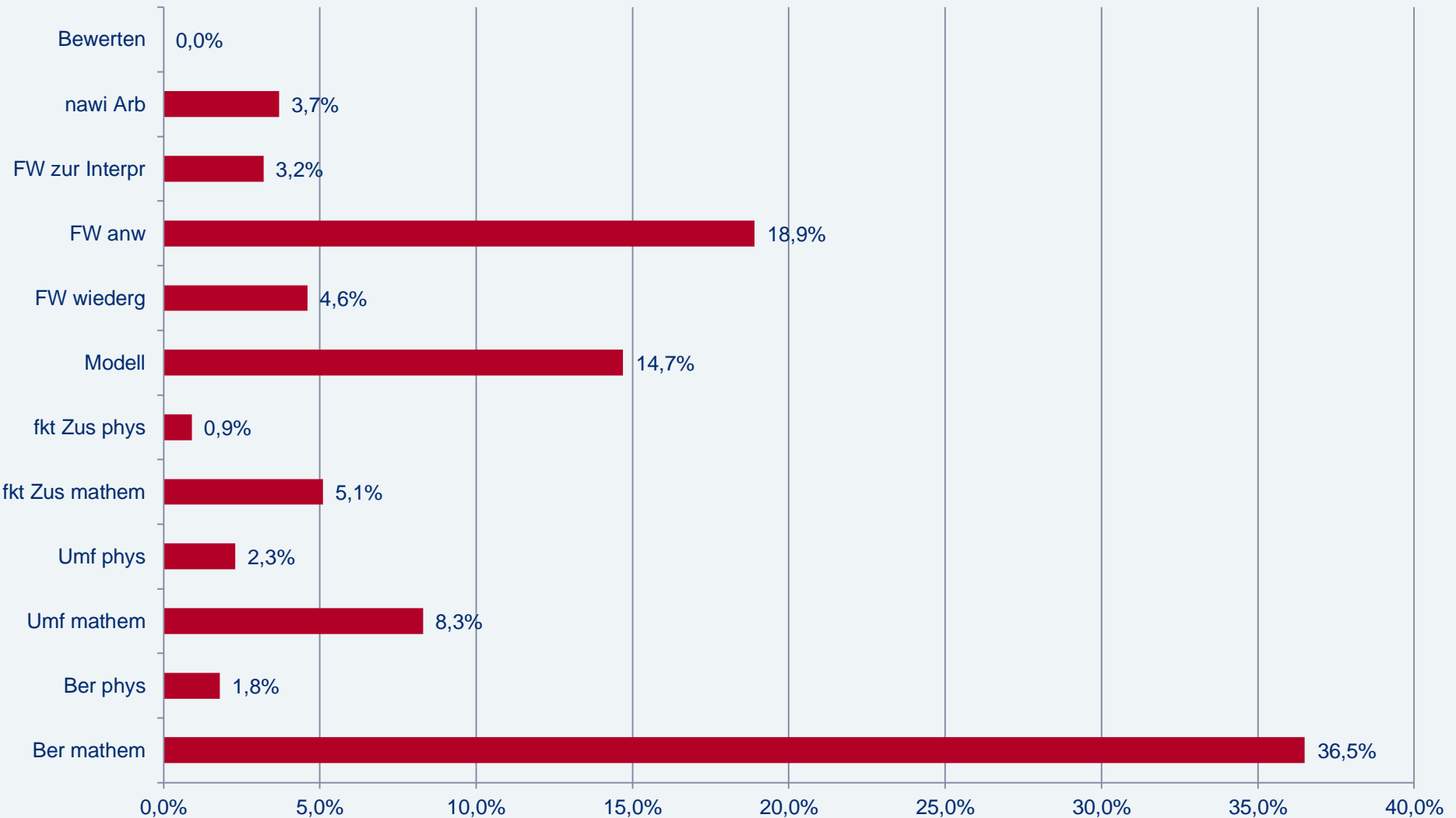
# Ergebnis Baden-Württemberg



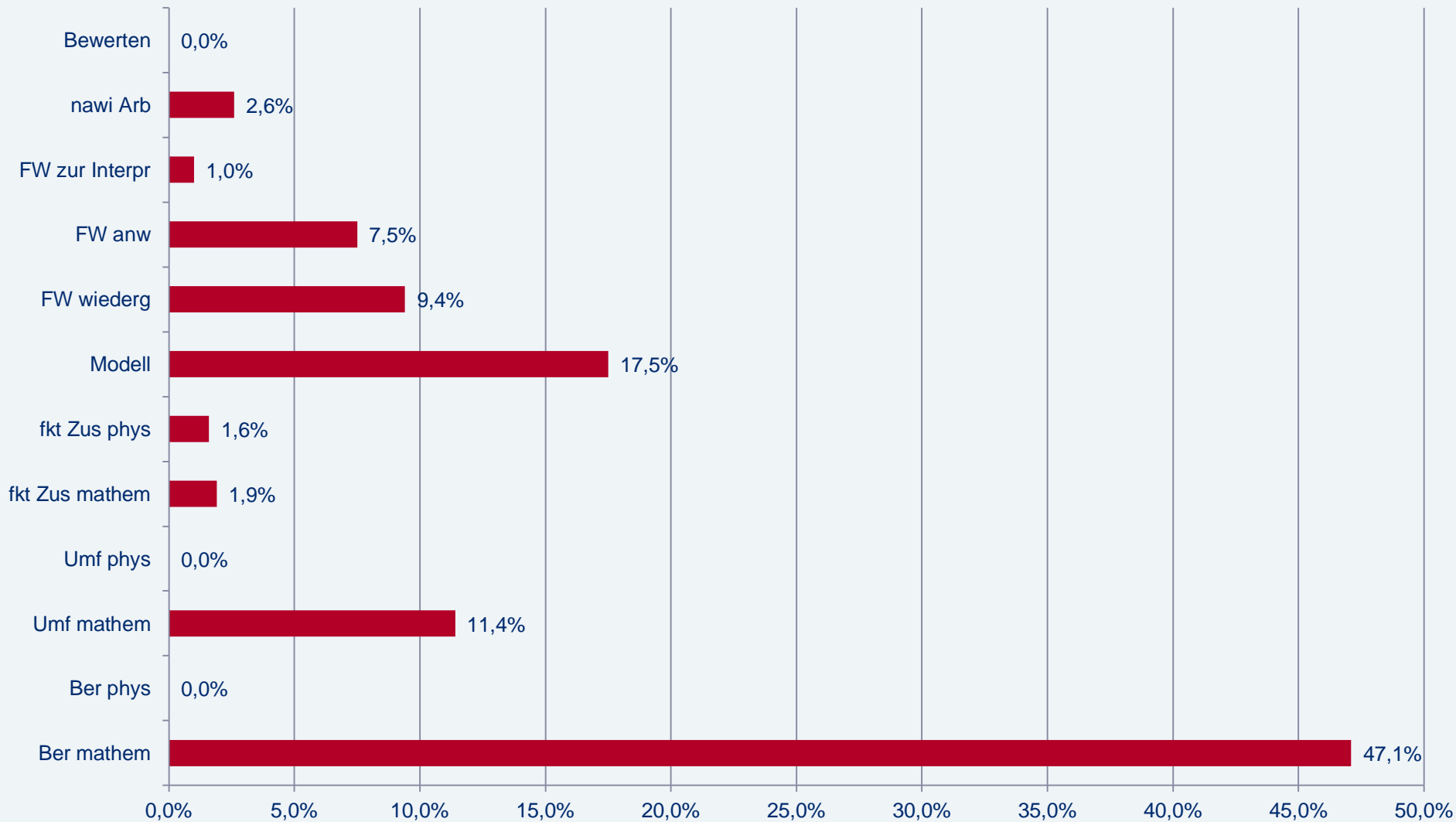
# Ergebnis Sachsen-Anhalt



# Ergebnis Nordrhein-Westfalen



# Ergebnis Rheinland-Pfalz



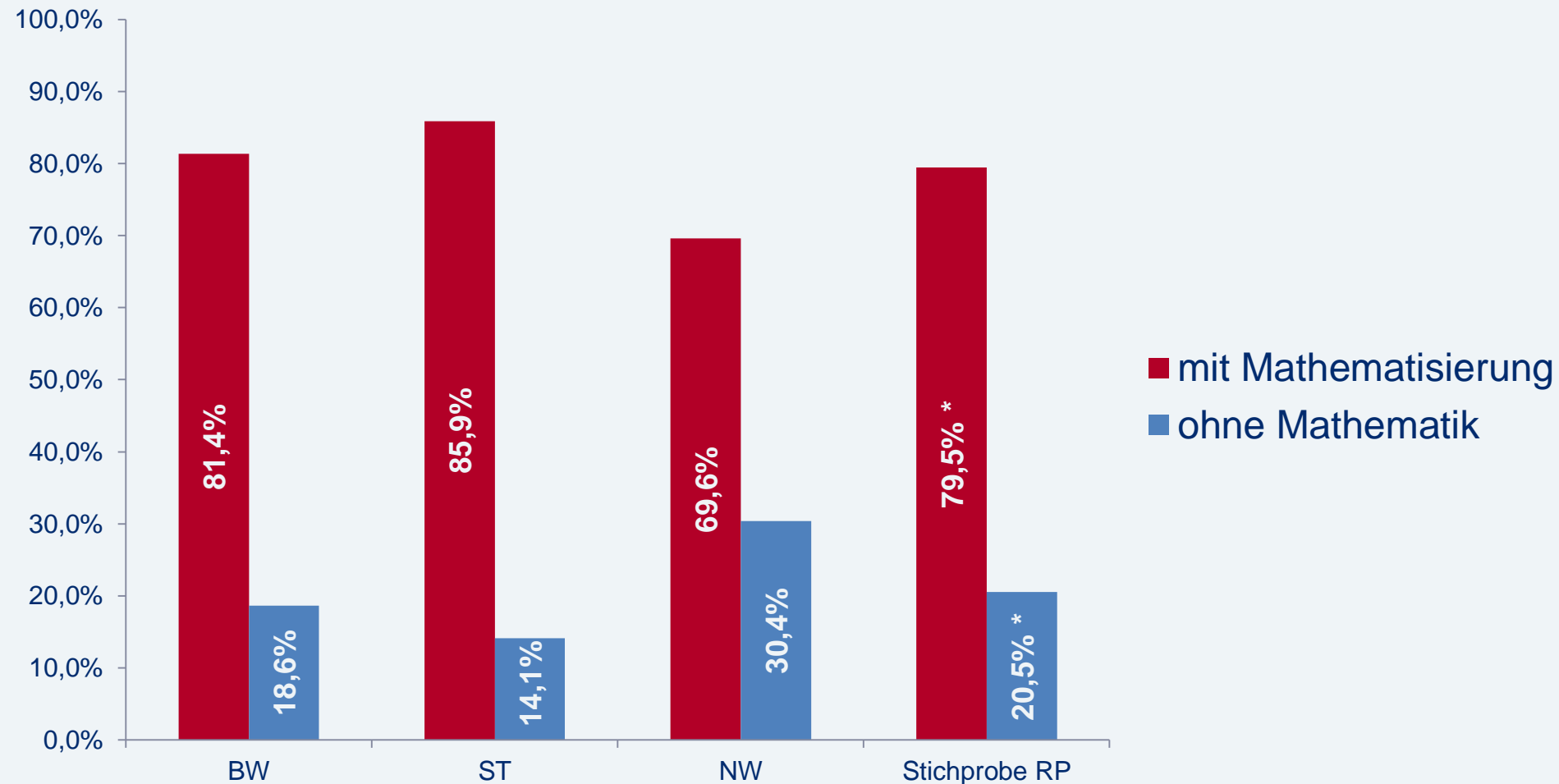
# Ländervergleich: Mathematisierungsbereiche



Land	Berechnen mathem.	Berechnen phys.	Umformen mathem.	Umformen phys.	Fkt. Zus. mathem.	Fkt. Zus. phys.	Modellieren
BW	52,5%	----	5,0%	----	3,4%	3,3%	17,2%
	57,5%				23,9%		
ST	54,5%	----	3,7%	----	7,9%	1,1%	18,7%
	58,2%				27,7%		
NW	36,5%	1,8%	8,3%	2,3%	5,1%	0,9%	14,7%
	48,9%				20,7%		
RP Stichprobe	47,1%	----	11,4%*	----	1,9%	* 1,6%	17,5%
	58,5%				21,0%		

\*. Die Unterschiede zwischen den Ländern sind auf dem Niveau 0.05 signifikant.

# Ländervergleich: Mit und ohne Mathematisierung



\*. Die Unterschiede zu NW und ST sind auf dem Niveau 0.05 signifikant.



- Strukturierungsvorgaben für Abiturklausuren
- Ziele der Studie
- Ableitung der Mathematisierungsbereiche
- Design/Methode
- Ergebnisse
  - Gesamtergebnis
  - Ländervergleich
- **Resümee**



- Ein Großteil aller Schritte erfordert den Einsatz von Mathematik (teilweise  $> 80\%$ )
- Der Anteil der „Mathematisierung von Sachverhalten“ ist relativ gering ( $< 30\%$ ), es überwiegen Routinetätigkeiten
- Weniger als die Hälfte aller Schritte verlangen den Einsatz physikalischen Wissens  $\rightarrow$  rein mathematische Anteile überwiegen
- NW unterscheidet sich deutlich von den übrigen Ländern



- Angell, C., Kind, P.M., Henriksen, E.K., & Guttersrud, Ø. (2008). An empirical-mathematical modelling approach to upper secondary physics [Electronic version]. *Physics Education*, 43(3), 256-264.
- Baumert, J., Bos, W. & Lehmann, R. (2000). TIMMS/ III Dritte Internationale Mathematik und Naturwissenschaftsstudie. Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn. Band 2: *Mathematische und physikalische Kompetenzen am Ende gymnasialen Oberstufe*. Opladen: Leske + Budrich.
- Blum, W. & Leiß D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der “Tanken”-Aufgabe. *Mathematik lehren*, 128, 18-21.
- Erickson T. (2006). Stealing from physics: modeling with mathematical functions in data-rich-contexts [Electronic version]. *Teaching Mathematics and its Applications*, 25, 23-32.
- Krey, U. & Mikelskis H. F. (2009). Zur Rolle der Mathematik in der Physik. In D. Höttecke (Ed.), *Entwicklung naturwissenschaftlichen Denkens zwischen Phänomen und Systematik*. Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik. Jahrestagung in Dresden 2009. Münster: Lit Verlag.
- Kühn, S. (2010). *Steuerung und Innovation durch Abschlussprüfungen?* Wiesbaden: Verlag für Sozialwissenschaften.
- Pospiech G. (2006). Argumentieren und Mathematisieren – im Gleichschritt?. In D. Höttecke (Ed.), *Naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich*. Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik. Jahrestagung in Bern 2006. Münster: Lit Verlag.
- Pospiech G. (2008). Mathematical Constructs in the Physical Reality. In: Sriraman, Michelsen, Beckmann, Freiman (Eds.): *Proceedings of the 2nd International Symposium on Mathematics and its Connections to Arts and Sciences (MACAS2)*. Centre for Science and Mathematics Education, University of Southern Denmark.
- Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland [KMK]. (2004). *Einheitliche Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung Physik*. Neuwied: Luchterhand.

