Unterlagen für die Lehrkraft

Abiturprüfung 2009

Physik, Leistungskurs

1. Aufgabenart

- Bearbeitung eines Demonstrationsexperiments (Aufgabe 1)
- Bearbeitung einer Aufgabe, die fachspezifisches Material enthält (Aufgabe 2)

2. Aufgabenstellung

Aufgabe 1: Induktionsspannungen an einer im Magnetfeld schwingenden Leiterschaukel	*(64 Punkte)*
Aufgabe 2: Radioaktiver Zerfall von Uran und das Alter der Erde	*(60 Punkte)*

3. Materialgrundlage

Versuchsmaterial und -aufbau

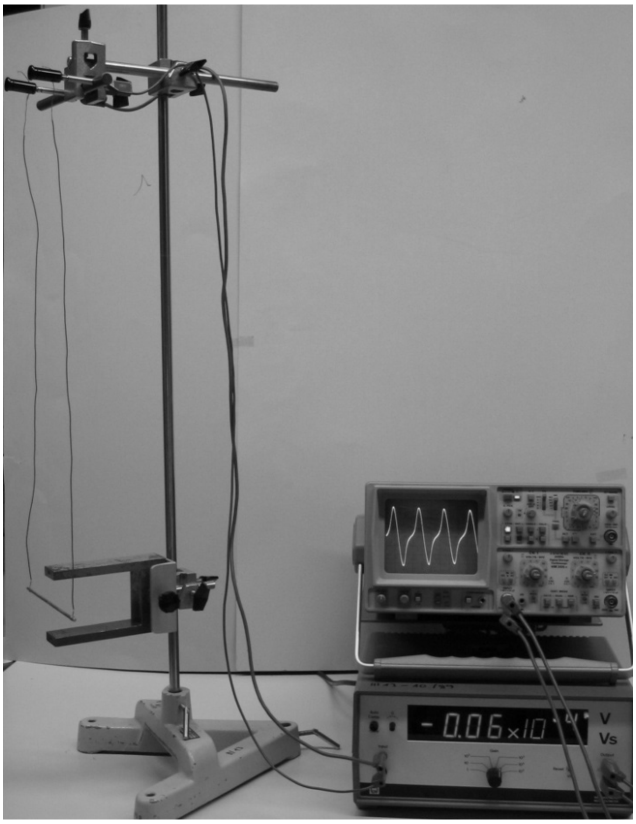
Hinweise zum Experiment in Aufgabe 1:

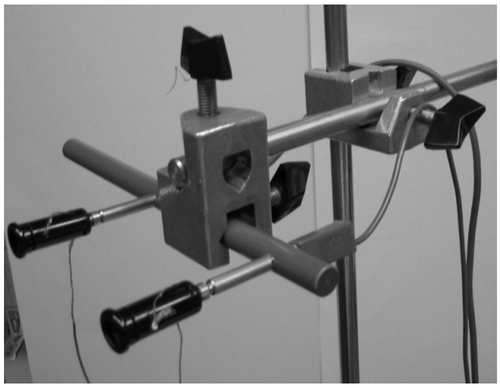
Vorgeführt werden nur die beiden (Teil-)Versuche gemäß der Teilaufgabe d), bei denen die Leiterschaukel im Feld eines großen Hufeisenmagneten schwingt (siehe Abbildungen 4a und 5a). Es ist **nicht** vorgesehen, die Leiterschaukel gemäß der Abbildung 1 in einem homogenen Magnetfeld schwingen zu lassen.

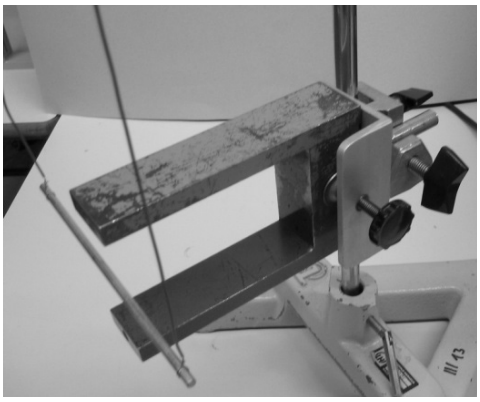
Erforderliche Geräte:

- großer Hufeisenmagnet (möglichst mit Klemmhalter zur Befestigung am Stativ)
- Leiterschaukel (z. B. nicht ferromagnetischer Metallstab, 10 bis 15 cm Länge, 3 bis 5 mm Durchmesser sowie 2 x ca. 75 cm dünnes flexibles Kabel)
- Mikrovoltverstärker
- Digitalspeicheroszilloskop oder t-y-Schreiber bzw. Messwerterfassungssystem
- Stativmaterial
- 2 Klemmstecker sowie eine „Isolierstativstange“
- diverse Experimentierkabel
- evtl. kleines Hubtischchen („Laborboy“)

Versuchsaufbau:







Der Aufbau erfolgt gemäß den hier gezeigten Fotos und den Abbildungen 4a bzw. 5a in der Aufgabenstellung für die Schülerinnen und Schüler. Auf die im Aufgabenvortext der Teilaufgabe d) beschriebenen (für beide Teilversuche unterschiedlichen) Ausrichtungen des Leiters relativ zum Hufeisenmagneten ist zu achten.

Die Leiterschaukel kann leicht aus einem dünnen (nicht ferromagnetischen) Metallstab von 10 bis 15 cm Länge und ca. 3 bis 5 mm Durchmesser sowie zwei ca. 75 cm langen und möglichst dünnen sowie sehr flexiblen Kabeln hergestellt werden. Da der Versuch nur qualitativ vorgeführt wird, kann auch eine anders dimensionierte Leiterschaukel verwendet werden; mit den hier angegebenen Werten und einer Zeitablenkung von etwa 0,5 s/cm sowie einer Verstärkung von 2 V/cm (und einer Vorverstärkung von 10 000) sollten sich die in den Abbildungen 4b bzw. 5b gezeigten Diagramme jedoch problemlos darstellen lassen.

Anleitungstext zur Versuchsdurchführung:

Zunächst wird der Aufbau gemäß Abbildung 4a justiert. Der Mikrovoltverstärker sowie das (Digitalspeicher-)Oszilloskop (bzw. der Schreiber oder das Messwerterfassungssystem) werden vorbereitet (Zeitablenkung ca. 0,5 s/cm, Verstärkungsfaktor ca. 2 V/cm, Vorverstärkung ca. 10 000). Der Leiter wird dann von Hand ausgelenkt und losgelassen, ein der Abbildung 4b entsprechendes Diagramm sollte aufgezeichnet werden. Dieser Vorgang soll zweimal wiederholt werden. Anschließend wird die Ausrichtung der Leiterschaukel gemäß Abbildung 5a verändert und ein Diagramm gemäß der Abbildung 5b aufgezeichnet; auch dieser Vorgang sollte zweimal wiederholt werden. Auf die jeweilige Ausrichtung der Anordnung sollte deutlich hingewiesen werden. Weitere Hilfen (z. B. zur Inhomogenität des Hufeisenmagnetfeldes, zur Ablesung von Oszillogrammen oder zur „Ursache“ der auftretenden Spannung) sollen **nicht** gegeben werden. Die Versuchsapparatur kann während der ganzen Klausur im Prüfungsraum verbleiben, es werden aber keine weiteren (Teil-)Versuche vorgeführt oder von einzelnen Schülerinnen oder Schülern durchgeführt.

Die Bestimmungen der RISU sind einzuhalten.

4. Bezüge zu den Vorgaben 2009

1. *Inhaltliche Schwerpunkte*
   Aufgabe 1:
   - Ladungen und Felder
     – Elektrisches Feld, elektrische Feldstärke (Feldkraft auf Ladungsträger im homogenen Feld)
     – Magnetisches Feld, magnetische Feldgröße *B*, Lorentzkraft (Stromwaage)
     – Bewegung von Ladungsträgern in elektrischen und magnetischen Feldern
   - Elektromagnetismus
     – Elektromagnetische Induktion, Induktionsgesetz (Drehung einer Leiterschleife im homogenen Magnetfeld)

   Aufgabe 2:
   - Atom- und Kernphysik
     – Radioaktiver Zerfall (Halbwertszeitmessung)

2. *Medien/Materialien*
   - entfällt

5. Zugelassene Hilfsmittel

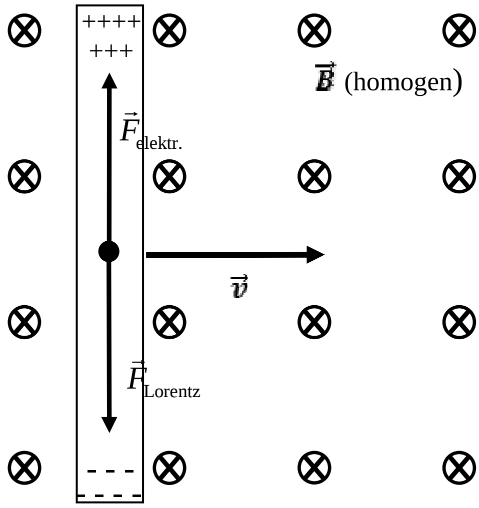
- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung
- Nuklidkarte (Auszug)

6. Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

6.1 Modelllösungen

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:
Die nachfolgenden Modelllösungen erfassen nicht notwendigerweise alle sachlich richtigen Lösungsalternativen.
Sollte die Auswertung der Messdaten mit Hilfe eines grafikfähigen TR oder CAS erfolgen, so muss der Prüfling die entstandenen Graphen für die korrigierende Lehrkraft skizzenhaft in seiner Reinschrift dokumentieren.

Aufgabe 1: Induktionsspannungen an einer im Magnetfeld schwingenden Leiterschaukel



a) Der Kupferstab bewegt sich (gemäß nebenstehender Skizze) mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ durch das (homogene) Magnetfeld der Stärke $\vec{B}$. Auf jedes mitbewegte Leitungselektron im Kupferstab wirkt die Lorentzkraft $\vec{F}_{\text{Lorentz}} = -\,\text{e} \cdot \vec{v} \times \vec{B}$. Daher werden die Leitungselektronen verschoben, es kommt also zu einer „Konzentration" von Elektronen an einem Stabende und zu einem „Elektronenmangel" am anderen Stabende. Insgesamt entsteht ein elektrisches Feld und somit eine elektrische Spannung zwischen den beiden Leiterenden. In diesem elektrischen Feld erfährt ein Leitungselektron (zusätzlich zur Lorentzkraft) die Kraft $\vec{F}_{\text{el}} = -\,\text{e} \cdot \vec{E}$. Die oben beschriebene Verschiebung der Leitungselektronen und damit der Aufbau des $\vec{E}$-Feldes erfolgt so lange, bis die wachsende elektrische Kraft die Lorentzkraft gerade kompensiert, bis also $\vec{F}_{\text{el}} = -\vec{F}_{\text{Lorentz}}$ gilt.

Mit $|\vec{F}_{\text{el}}| = \text{e} \cdot |\vec{E}|$, $|\vec{F}_{\text{Lorentz}}| = \text{e} \cdot |\vec{v} \times \vec{B}| = \text{e} \cdot v \cdot B \cdot \sin(\alpha)$ und $\vec{v} \perp \vec{B}$ folgt

$\text{e} \cdot E = \text{e} \cdot v \cdot B \cdot \sin(90°) = \text{e} \cdot v \cdot B \cdot 1$ und mit $E = \dfrac{U}{L}$ folgt nach Umformen und Vereinfachen die angegebene/gesuchte Beziehung $U(t) = L \cdot v(t) \cdot B$.

Anmerkung für die korrigierende Lehrkraft:
1. Akzeptiert wird (natürlich) auch jede gleichwertige alternative Lösung; so kann z. B. (bei allen Aufgabenteilen) auch vom allgemeinen Induktionsgesetz ausgegangen werden.
2. Auch eine entsprechende nicht vektorielle Darstellung kann gleichwertig sein.

b) Unter Berücksichtigung der angegebenen Zeitablenkung bzw. der Verstärkungsfaktoren entnimmt man dem Diagramm in Abbildung 2:

T = 7,1 Kästchen $\cdot\ 0{,}2\dfrac{\text{s}}{\text{Kästchen}}$ = 1,42 *s*

und U_0 = 3,6 Kästchen $\cdot\ 2\dfrac{\text{V}}{\text{Kästchen}}\cdot 10^{-4} = 7{,}2\cdot 10^{-4}$ V.

Damit folgt für $U(t)$: $U(t) = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$ mit $\omega = \dfrac{2\cdot\pi}{T}$.

$$U(t) = 7{,}2\cdot 10^{-4}\ \text{V}\cdot\sin\left(\frac{2\cdot\pi}{1{,}42\ \text{s}}\cdot t\right) = 7{,}2\cdot 10^{-4}\,\text{V}\cdot\sin\,(4{,}42\ \text{s}^{-1}\cdot t).$$

Aus $U(t) = L \cdot v(t) \cdot B$

folgt $v(t) = \dfrac{U(t)}{L\cdot B} = \dfrac{U_0\cdot\sin(\omega\cdot t)}{L\cdot B} = \dfrac{U_0}{L\cdot B}\cdot\sin(\omega\cdot t)$.

Somit ist

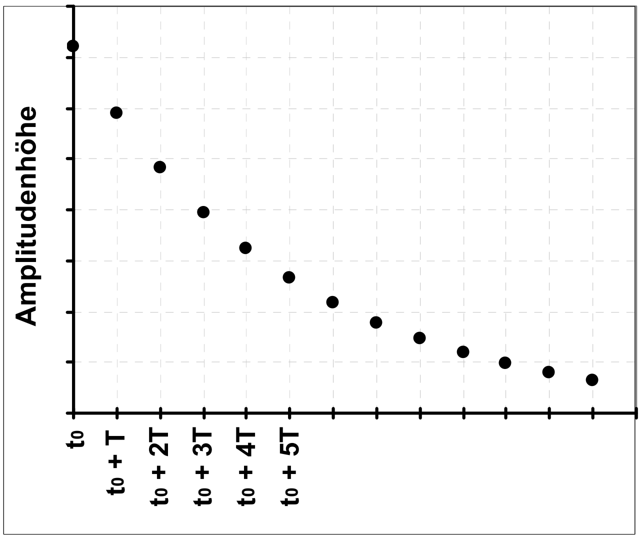
$$\frac{U_0}{L\cdot B}$$

die Geschwindigkeitsamplitude v_0.

Also gilt:

$$v_0 = \frac{U_0}{L\cdot B} = \frac{7{,}2\cdot 10^{-4}\,\text{V}}{0{,}14\ \text{m}\cdot 2\cdot 10^{-2}\,\text{T}} = 0{,}26\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

c) Für beispielsweise zehn oder zwölf unmittelbar aufeinander folgende Amplituden könnten dem Diagramm in Abbildung 3 die „Amplitudenhöhen“ entnommen werden. Wird mit t_0 der Zeitpunkt bezeichnet, zu dem die erste ausgewählte Amplitude erreicht wird, so wird die unmittelbar folgende Amplitude zum Zeitpunkt $t_0 + T$ erreicht, die dritte zum Zeitpunkt $t_0 + 2\cdot T$ usw.

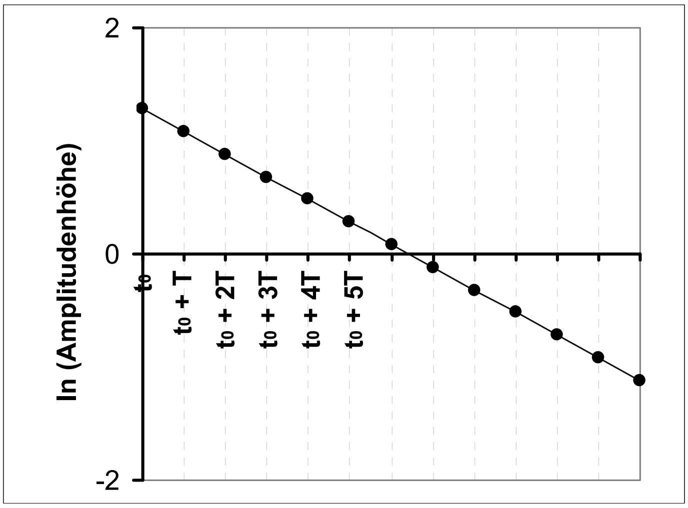


Trägt man die „Amplitudenhöhe“ gegen die Zeit auf, so erhält man einen streng monoton fallenden Graphen.

Um zu beurteilen, ob der Graph exponentiell abfällt, ob also die Amplitudenabnahme exponentiell erfolgt, sollte der Zusammenhang „linearisiert“ werden.

Dazu können die „logarithmierten Amplitudenhöhen“ gegen die Zeit aufgetragen werden. Liefert diese Auftragung eine Gerade, so liegt eine exponentielle Amplitudenabnahme vor.

Dies zeigt die nebenstehende Skizze.



Anmerkungen für die korrigierende Lehrkraft:

1. Die explizite Auftragung der Amplitudenhöhen bzw. der „logarithmierten Amplitudenhöhen“ gegen die Zeit ist **nicht** erforderlich, selbst entsprechende Skizzen sind entbehrlich, wenn das entsprechende Verfahren bereits beschrieben wurde.
2. Es kann auch ein anderes Verfahren beschrieben werden. Beispielsweise könnte geprüft werden, ob die Quotienten von je zwei aufeinander folgenden Amplituden jeweils den gleichen Wert haben. Wird dieses Kriterium genannt, so muss es nicht „hergeleitet/begründet“ werden.
3. Zudem ist zum Beispiel denkbar, dass vorgeschlagen wird, direkt die Amplitudenhöhe gegen die Zeit aufzutragen, um dann zu prüfen, ob für diesen Prozess eine „Halbwertzeit“ existiert.

Bei einer Funktion der Form

$$U(t) = U_A \cdot e^{-k \cdot t} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right)$$

kann k z. B. durch Quotientenbildung ermittelt werden. Ist z. B. $U(t_0)$ eine beliebige Amplitude, so ist $U(t_0 + n \cdot T)$ mit $n \in \mathbb{N}$ ebenfalls eine Amplitude.

Der Quotient dieser beiden Amplituden lautet:

$$\frac{U(t_0)}{U(t_0+n\cdot T)}=\frac{U_\mathrm{A}\cdot \mathrm{e}^{-k\cdot t_0}\cdot\sin\left(\frac{2\cdot\pi}{T}\cdot t_0\right)}{U_\mathrm{A}\cdot \mathrm{e}^{-k\cdot(t_0+n\cdot T)}\cdot\sin\left(\frac{2\cdot\pi}{T}\cdot (t_0+n\cdot T)\right)}$$

$$\frac{U(t_0)}{U(t_0+n\cdot T)}=\frac{\mathrm{e}^{-k\cdot t_0}\cdot 1}{\mathrm{e}^{-k\cdot(t_0+n\cdot T)}\cdot 1}=\mathrm{e}^{-k\cdot t_0-[-k\cdot(t_0+n\cdot T)]}=\mathrm{e}^{k\cdot n\cdot T}$$

Daraus folgt:

$$\ln\left(\frac{U(\mathrm{t}_0)}{U(\mathrm{t}_0+n\cdot T)}\right)=k\cdot n\cdot T$$

$$k=\frac{1}{n\cdot T}\cdot\ln\left(\frac{U(t_0)}{U(t_0+n\cdot T)}\right)$$

Wird *n* nicht zu klein gewählt, so erhöht sich die relative Ablesegenauigkeit.

Für die (z. B.) 4. und die 24. Amplitude ergibt sich:

$n = 20$,

$U(t_0)=3$ Einheiten und $U(t_0+n\cdot T)=1$ Einheit mit $T = 1{,}42$ s folgt:

$$k=\frac{1}{20\cdot 1{,}42\ \mathrm{s}}\cdot\ln\left(\frac{3}{1}\right)=0{,}039\ \mathrm{s}^{-1}.$$

Anmerkungen für die korrigierende Lehrkraft:

1) Der hier hergeleitete Term für *k* sollte auch für den (allgemein üblichen) Spezialfall $n = 1$ akzeptiert werden. Der für *k* ermittelte Wert wird wegen der sehr begrenzten Ablesegenauigkeit dann etwas stärker vom Kontrollwert abweichen. Dies sollte ebenfalls akzeptiert werden.
2) Auch der Spezialfall, dass $n\cdot T$ so gewählt wird, dass die Amplitudenhöhe gerade auf die Hälfte des Ausgangswertes abgefallen ist, ist als gleichwertig anzusehen; gemäß $k=\frac{1}{T_{1/2}}\cdot\ln 2$ ergibt sich der gesuchte Dämpungsfaktor *k*.
3) Die Aufgabe kann auch graphisch gelöst werden. Dazu kann z. B. von den weiter oben beschriebenen Verfahren ausgegangen werden.
   a) Werden die Amplitudenhöhen gegen die Zeit aufgetragen, kann die „Halbwertzeit“ $T_{1/2}$ abgelesen werden. Mit Hilfe der dann herzuleitenden Beziehung $k\cdot T_{1/2}=\ln 2$ kann der gesuchte Dämpfungsfaktor *k* ermittelt werden.
   b) Werden die „logarithmierten Amplitudenhöhen“ gegen die Zeit aufgetragen, ergibt sich der Dämpfungsfaktor *k* unmittelbar aus dem Betrag der Steigung der entsprechenden Ausgleichsgeraden. Bei dieser Lösung ist die Beziehung $\ln(\text{Amplitudenhöhe})=-k\cdot t+\text{Konstante}$ herzuleiten.

d) Im ersten Fall befindet sich der bewegte Leiter stets zwischen den beiden Schenkeln des Hufeisenmagneten, also in einem Bereich, in dem die Stärke des Feldes relativ konstant ist. Im zweiten Fall bewegt sich der Leiter auch aus dem Raumbereich zwischen den Schenkeln heraus, also auch in einem Gebiet, in dem die Stärke des Magnetfeldes deutlich kleiner ist als zwischen den Schenkeln.
Die Spannung ist gleich Null (Positionen c), wenn $v(\mathrm{t})$ gerade gleich Null ist, wenn sich der Leiter/das Pendel also gerade in den Umkehrpunkten befindet.
Da der mit (*f*) benannte Kurvenabschnitt deutlich „verzerrt“ ist, muss sich der Leiter während dieser „Phase“ im (stark) inhomogenen Teil des Magnetfeldes bewegt haben. Er wird sich also von der Ruhelage (Minimum der Induktionsspannung) „vom Magneten weg“ bewegt haben, wobei die Geschwindigkeit und die Induktionsspannung dem Betrage nach abnehmen, um schließlich im Umkehrpunkt der Bewegung den Wert Null zu erreichen. Danach nehmen die Geschwindigkeit des Leiters und die Induktionsspannung wieder zu, bis „in der Nähe der Ruhelage“ das Maximum der Spannung erreicht wird.
Da der mit (*g*) benannte Kurvenabschnitt (nahezu) identisch zu dem entsprechenden Kurvenabschnitt der Abbildung 4b ist, muss sich der Leiter während dieser „Phase“ zwischen den Schenkeln des Magneten bewegt haben. Er wird sich also von der Ruhelage weiter in das Magnetfeld „hinein“ bewegt haben, wobei die Geschwindigkeit und somit die Induktionsspannung bis zum Umkehrpunkt bis auf Null abnehmen. Danach nehmen die Geschwindigkeit des Leiters und die Induktionsspannung dem Betrage nach wieder zu, bis „beim Durchgang durch die Ruhelage“ das Minimum der Spannung erreicht wird.

Anmerkung für die korrigierende Lehrkraft:
Aus Gründen der didaktischen Reduktion wird in dieser Teilaufgabe/Musterlösung auf eine (genauere) Analyse des Kurvenverlaufs verzichtet. Nach dem allgemeinen Induktionsgesetz müsste nicht nur die zeitliche Änderung der vom Leiter überstrichenen Fläche, sondern auch die Änderung der Stärke des magnetischen Feldes berücksichtigt werden. Weiterhin ist das Feld auch zwischen den Schenkeln des Magneten nur näherungsweise homogen und im Außenbereich ist zudem kaum sinnvoll abschätzbar, welchen Winkel $\vec{v}$ und $\vec{B}$ einschließen. Insbesondere die Inhomogenität des B-Feldes (die Stärke des Feldes nimmt bereits vor dem „Ende der Schenkel“ deutlich ab) führt dazu, dass das Maximum der Induktionsspannung beim „Hineinschwingen“ des Leiters in den Bereich zwischen den Schenkeln erst deutlich „hinter der Ruhelage“ erreicht wird. Entsprechendes gilt für das „Herausschwingen“. Der zeitliche Abstand zwischen Minimum und Maximum ist daher auch größer als der zeitliche Abstand zwischen Maximum und Minimum.

e) Da das Messgerät einen hohen Eingangswiderstand besitzt, fließt trotz der Induktionsspannung kein (oder nur ein sehr kleiner) Strom durch die Reihenschaltung aus Kupferleiter, Aufhängedrähten und Messgerät.
Wird aber die beschriebene Kabelverbindung hergestellt, kann ein Strom I fließen.
Für diesen Strom gilt:

$$I = \frac{U}{R_{\text{LS}}}.$$

Damit wird der im Magnetfeld befindliche Kupferleiter von einem Strom durchflossen, es muss also eine Kraft $\vec{F}_{\text{mag}}$ mit

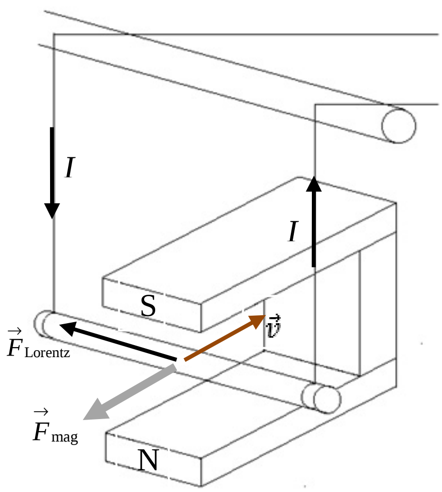
$\left|\vec{F}_{\text{mag}}\right| = L \cdot \left|\vec{I} \times \vec{B}\right| = L \cdot I \cdot B \cdot \sin(90°)$ auf diesen Leiter wirken.

Somit gilt:

$$\left|\vec{F}_{\text{mag}}\right| = L \cdot I \cdot B = L \cdot \frac{U}{R_{\text{LS}}} \cdot B.$$

Mit $U(t) = L \cdot v(t) \cdot B$ folgt:

$$\left|\vec{F}_{\text{mag}}\right| = L \cdot \frac{L \cdot v(t) \cdot B}{R_{\text{LS}}} \cdot B = \frac{L^2 \cdot B^2}{R_{\text{LS}}} \cdot v(t).$$



Die Richtung von $\vec{F}_{\text{mag}}$ ist der Bewegungsrichtung der Leiterschaukel (also $\vec{v}$) stets entgegengerichtet. Bewegt sich der Leiter z. B. wie in der Abbildung dargestellt auf den Magneten zu, so wirkt (gemäß „Drei-Finger-Regel“) auf die im Leiter befindlichen Leitungselektronen die Lorentzkraft in die eingezeichnete Richtung. Der (technische) Strom fließt somit in die Gegenrichtung und damit ist $\vec{F}_{\text{mag}}$ gemäß $\vec{F}_{\text{mag}} = L \cdot \vec{I} \times \vec{B}$ (bzw. gemäß „Drei-Finger-Regel“) gerade vom Magneten weg gerichtet. Damit gilt also: Die Richtung von $\vec{F}_{\text{mag}}$ ist der Bewegungsrichtung der Leiterschaukel (also $\vec{v}$) stets entgegengerichtet. Die Kraft wird also eine Dämpfung der Schwingbewegung bewirken.

Aufgabe 2: Radioaktiver Zerfall von Uran und das Alter der Erde

a) α-Zerfall: Aussendung eines He-Kerns, bestehend aus zwei Protonen und zwei Neutronen.

β^--Zerfall: Umwandlung eines Neutrons des Kerns in ein Proton und ein den Kern verlassendes Elektron.

Alpha-Zerfall: $^{238}_{92}U \rightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$

Beta-Zerfall: $^{234}_{90}Th \rightarrow {}^{234}_{91}Pa + {}^{0}_{-1}e$

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:
Das beim β^--Zerfall auftretende (Anti-)Neutrino braucht vom Prüfling nicht genannt zu werden.

Die Massenzahl ändert sich um 32, also finden 8 α-Zerfälle statt.

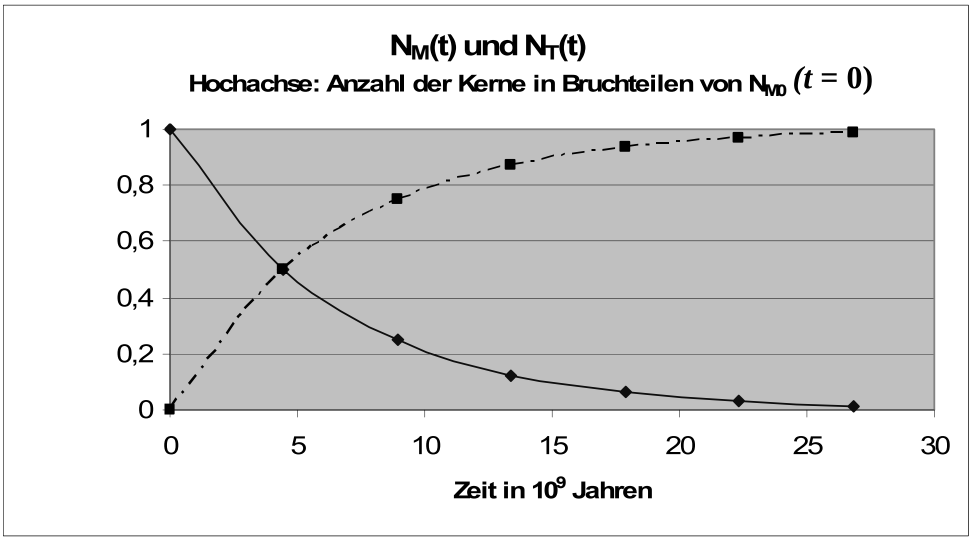
Durch die Emission von 8 α-Teilchen würde die Ordnungszahl um 16 sinken. Tatsächlich erniedrigt sie sich um 10, also müssen 6 β^--Zerfälle stattfinden.

b) Die Halbwertszeit für den Zerfall von U-238 in Nuklid 2 ist erheblich (mindestens Faktor 10^4) länger als alle anderen Halbwertszeiten, d. h., im Verhältnis zu dieser Zeit ist die Gesamtheit der nachfolgenden Halbwertszeiten vernachlässigbar klein. Wenn ein Kern U-238 in Nuklid 2 zerfallen ist, ist in diesem Zeitmaßstab unmittelbar danach ein Kern Pb-206 entstanden. Daher ist das Modell zulässig.

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft
Die parallel zu der angegebenen Zerfallsreihe existierenden alternativen Zerfallsreihen (Verzweigungen) wurden nicht berücksichtigt, da sie keinen Einfluss auf das Modell haben.

c) **Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:**

Jede sachgerechte Darstellung wird akzeptiert.



Ist für $t = 0$ die Anzahl der Mutterkerne N_{M_0} so ergeben sich für die Anzahl der Mutterkerne die im Diagramm angegebenen Werte, da sich die Anzahl der Mutterkerne nach jeweils einer weiteren Halbwertszeit halbiert hat.

Aus jedem Mutterkern entsteht genau ein Tochterkern, d. h., die Summe der Kerne von Mutter und Tochter ist konstant.

d) Die Anzahl der Kerne des Mutterelements Uran nimmt ab nach der Beziehung:

$$N_M(t) = N_{M_0} \cdot e^{-\lambda \cdot t} \qquad (1)$$

Für die Anzahl der Kerne des Tochterelements Blei gilt:

$$N_T(t) = N_{M_0} - N_M(t) \qquad (2)$$

Herleitung der gesuchten Beziehung z. B. durch Einsetzen von (1) in (2) und Bilden des Verhältnisses N_T/N_M

oder:

Auflösen von (1) nach N_{M_0} und Einsetzen in (2) ergibt $N_T(t) = N_M(t) \cdot (e^{\lambda \cdot t} - 1)$. Daraus folgt $\ln\left(\frac{N_T(t)}{N_M(t)} + 1\right) = \lambda \cdot t$ und durch Auflösen nach t mit $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$ die gesuchte Beziehung.

Durch Einsetzen des Zahlenwertes $\frac{N_{Pb-206}}{N_{U-238}} = 1{,}02$ in die angegebene Gleichung ergibt sich ein Alter von 4,53 Milliarden Jahren.

e) Durch die Verunreinigung mit Blei gelangen Pb-206-Atome in die Probe, aber keine U-238-Atome, d. h., das Verhältnis der beiden ändert sich. Das Verhältnis N_T/N_M wird dadurch größer, die Probe erscheint älter.
Dazu benötigt man die Anzahl der Atome Pb-206, die durch Zerfall entstanden sind.
Aus der Anzahl der Atome von Pb-204 kann man den Anteil der Atome von Pb-206, die nicht durch radioaktiven Zerfall entstanden sind, aus dem angegebenen Verhältnis 17 : 1 berechnen. Diese Anzahl der Atome Pb-206 muss man von der gemessenen Gesamtzahl der Atome Pb-206 abziehen.

f) Für die Anzahl der noch nicht zerfallenen Kerne gilt: $N(\mathrm{t}) = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$ (1). Die Aktivität, $A(t) = -\dot{N}(\mathrm{t})$, d. h. die Anzahl der Kernumwandlungen pro Zeit, erhält man durch die Ableitung nach der Zeit $\dot{N}(\mathrm{t}) = -\lambda \cdot N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$ (2).
Weiter gilt $N(\mathrm{T}_{1/2}) = \frac{1}{2} \cdot N_0 = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot T_{1/2}}$, also $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$ (3).
Einsetzen von (1) und (3) in (2) ergibt die gesuchte Beziehung.
Mit einem Massenspektrometer erhält man Messwerte über die relative Häufigkeit der in der Teilprobe enthaltenen Isotope (hier Mutter und Tochter). Man setzt voraus, dass dieses Verhältnis in der Gesamtprobe vorliegt, bestimmt deren Masse und berechnet N(t).
Die gemessene Zählrate entspricht nicht der Anzahl der tatsächlich stattgefundenen Zerfälle.
Zu berücksichtigen sind z. B. Nulleffekt, Geometriefaktor, Totzeit des Zählrohrs, Ansprechwahrscheinlichkeit des Detektors, Absorption von Strahlung im Detektorfenster, Aktivität von Tochterelementen, Absorption von Strahlung im Präparat selbst.

6.2 Teilleistungen – Kriterien

a) inhaltliche Leistung

Aufgabe 1: Induktionsspannungen an einer im Magnetfeld schwingenden Leiterschaukel

Teilaufgabe a)

	Anforderungen **Der Prüfling**	**maximal erreichbare Punktzahl (AFB)**[1]
1	skizziert den im Magnetfeld bewegten Leiter und ergänzt die Skizze im Hinblick auf die in Kriterium 3 geforderte Herleitung.	4 (I)
2	erläutert, wieso eine Spannung auftritt.	4 (II)
3	leitet (unter Bezug auf die Skizze) die Beziehung $U(t) = L \cdot v\,(t) \cdot B$ her.	5 (II)

Teilaufgabe b)

	Anforderungen **Der Prüfling**	**maximal erreichbare Punktzahl (AFB)**
1	bestimmt die Periodendauer T.	2 (I)
2	bestimmt die Höhe der (ersten) Amplitude U_0.	3 (I)
3	gibt einen Funktionsterm für $U(t)$ an (allgemein und mit den konkreten Größen für den hier vorliegenden Fall).	3 (I)
4	bestimmt die Geschwindigkeit v_0 der Leiterschaukel in der Ruhelage.	5 (II)

Teilaufgabe c)

	Anforderungen **Der Prüfling**	**maximal erreichbare Punktzahl (AFB)**
1	beschreibt ein Verfahren zum Nachweis der exponentiellen Abnahme der Amplituden.	5 (II)
2	bestimmt einen Term für den Dämpfungsfaktor k.	5 (II)
3	bestimmt mit Hilfe von Messwerten einen nummerischen Wert für den Dämpfungsfaktor k.	4 (I)

[1] AFB = Anforderungsbereich

Teilaufgabe d)

	Anforderungen **Der Prüfling**	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
1	erklärt, warum das Zeit-Spannungs-Diagramm in Abbildung 5b gegenüber dem Kurvenverlauf in Abbildung 4b deutlich „verzerrt" ist.	2 (I)
2	erklärt (qualitativ), **wo** sich der Leiter im Magnetfeld befunden haben muss, als die Nulldurchgänge (c) geschrieben wurden.	2 (I)
3	erläutert, wie sich der Leiter (relativ zum Magneten) bewegt haben muss, damit der mit (*f*) benannte Kurvenabschnitt geschrieben werden konnte.	5 (II)
4	erläutert, wie sich der Leiter (relativ zum Magneten) bewegt haben muss, damit der mit (*g*) benannte Kurvenabschnitt geschrieben werden konnte.	2 (I)

Teilaufgabe e)

	Anforderungen **Der Prüfling**	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
1	erläutert, dass bzw. warum ein Strom durch die Leiterschaukel fließt und dass diese damit im Magnetfeld eine (zusätzliche) Kraft erfährt.	2 (I)
2	erläutert, dass die Richtung dieser Kraft der Bewegungsrichtung des Leiters stets entgegen gerichtet ist, und dass diese Kraft somit eine Dämpfung der (Schwing-) Bewegung der Leiterschaukel bewirkt.	5 (II)
3	leitet den Term $F_x = \frac{L^2 \cdot B^2}{R_{LS}} \cdot v(t)$ her.	6 (III)

Aufgabe 2: Radioaktiver Zerfall von Uran und das Alter der Erde

Teilaufgabe a)

	Anforderungen Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
1	beschreibt die Umwandlungsprozesse.	4 (I)
2	gibt die Umwandlungsgleichungen an.	4 (I)
3	gibt an, wie viele α-Zerfälle auftreten.	2 (II)
4	bestimmt dann die Anzahl der β^--Zerfälle.	2 (II)
5	begründet jeweils die Anzahl der Zerfälle.	2 (II)

Teilaufgabe b)

	Anforderungen Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
1	begründet, dass die Reihe durch eine Halbwertszeit beschreibbar ist und daher das Modell zulässig ist.	4 (II)

Teilaufgabe c)

	Anforderungen Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
1	stellt N_M(t) in einem Diagramm dar.	3 (II)
2	begründet sein Vorgehen.	2 (II)
3	zeichnet in dieses Diagramm den Graphen für $N_T(t)$ ein.	2 (I)
4	begründet sein Vorgehen.	2 (I)

Teilaufgabe d)

	Anforderungen Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
1	leitet die Gleichung für das Alter der Gesteinsprobe her.	6 (II)
2	berechnet das Alter der Erde.	3 (I)

Teilaufgabe e)

	Anforderungen **Der Prüfling**	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
1	erläutert, warum das Hinzukommen von Blei das Alter verfälscht.	2 (I)
2	begründet, dass die Probe älter erscheint.	2 (I)
3	beschreibt den Rechenweg.	5 (III)

Teilaufgabe f)

	Anforderungen **Der Prüfling**	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
1	leitet die Beziehung für die Aktivität begründet her.	6 (II)
2	beschreibt, wie man dadurch zu einem Wert für $N(t)$ der Probe gelangt.	4 (II)
3	begründet, warum die Aktivität nicht unmittelbar bestimmt werden kann.	2 (I)
4	gibt drei Faktoren an.	3 (III)

7. Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit

Name des Prüflings:____________________________________ Kursbezeichnung:____________

Schule: ____

Aufgabe 1: Induktionsspannungen an einer im Magnetfeld schwingenden Leiterschaukel

Teilaufgabe a)

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling	**maximal erreichbare Punktzahl (AFB)**	**EK**[2]	**ZK**	**DK**
1	skizziert den im …	4 (I)			
2	erläutert, wieso eine …	4 (II)			
3	leitet (unter Bezug …	5 (II)			

Teilaufgabe b)

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling	**maximal erreichbare Punktzahl (AFB)**	**EK**	**ZK**	**DK**
1	bestimmt die Periodendauer …	2 (I)			
2	bestimmt die Höhe …	3 (I)			
3	gibt einen Funktionsterm …	3 (I)			
4	bestimmt die Geschwindigkeit …	5 (II)			

Teilaufgabe c)

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling	**maximal erreichbare Punktzahl (AFB)**	**EK**	**ZK**	**DK**
1	beschreibt ein Verfahren …	5 (II)			
2	bestimmt einen Term …	5 (II)			
3	bestimmt mit Hilfe …	4 (I)			

[2] EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

Teilaufgabe d)

	Anforderungen	**Lösungsqualität**			
	Der Prüfling	**maximal erreichbare Punktzahl (AFB)**	**EK**	**ZK**	**DK**
1	erklärt, warum das …	2 (I)			
2	erklärt (qualitativ), wo …	2 (I)			
3	erläutert, wie sich …	5 (II)			
4	erläutert, wie sich …	2 (I)			

Teilaufgabe e)

	Anforderungen	**Lösungsqualität**			
	Der Prüfling	**maximal erreichbare Punktzahl (AFB)**	**EK**	**ZK**	**DK**
1	erläutert, dass bzw. …	2 (I)			
2	erläutert, dass die …	5 (II)			
3	leitet den Term …	6 (III)			
	Summe 1. Aufgabe	**64**			

Aufgabe 2: Radioaktiver Zerfall von Uran und das Alter der Erde

Teilaufgabe a)

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling	**maximal erreichbare Punktzahl (AFB)**	**EK**	**ZK**	**DK**
1	beschreibt die Umwandlungsprozesse.	4 (I)			
2	gibt die Umwandlungsgleichungen …	4 (I)			
3	gibt an, wie …	2 (II)			
4	bestimmt dann die …	2 (II)			
5	begründet jeweils die …	2 (II)			

Teilaufgabe b)

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling	**maximal erreichbare Punktzahl (AFB)**	**EK**	**ZK**	**DK**
1	begründet, dass die …	4 (II)			

Teilaufgabe c)

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling	**maximal erreichbare Punktzahl (AFB)**	**EK**	**ZK**	**DK**
1	stellt $N_M(t)$ in …	3 (II)			
2	begründet sein Vorgehen.	2 (II)			
3	zeichnet in dieses …	2 (I)			
4	begründet sein Vorgehen.	2 (I)			

Teilaufgabe d)

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling	**maximal erreichbare Punktzahl (AFB)**	**EK**	**ZK**	**DK**
1	leitet die Gleichung …	6 (II)			
2	berechnet das Alter …	3 (I)			

Teilaufgabe e)

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)	**EK**	**ZK**	**DK**
1	erläutert, warum das …	2 (I)			
2	begründet, dass die …	2 (I)			
3	beschreibt den Rechenweg.	5 (III)			

Teilaufgabe f)

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)	**EK**	**ZK**	**DK**
1	leitet die Beziehung …	6 (II)			
2	beschreibt, wie man …	4 (II)			
3	begründet, warum die …	2 (I)			
4	gibt drei Faktoren …	3 (III)			
	Summe 2. Aufgabe	**60**			
	Summe der 1. und 2. Aufgabe	**124**			

	Summe insgesamt	**124**			
	aus der Punktsumme resultierende Note				
	Note ggf. unter Absenkung um ein bis zwei Notenpunkte gemäß § 13 Abs. 2 APO-GOSt				
	Paraphe				

ggf. arithmetisches Mittel der Punktsummen aus EK und ZK: ___________

ggf. arithmetisches Mittel der Notenurteile aus EK und ZK: _____________

Die Klausur wird abschließend mit der Note: ________________________ (____ Punkte) bewertet.

Unterschrift, Datum:

Grundsätze für die Bewertung (Notenfindung)

Für die Zuordnung der Notenstufen zu den Punktzahlen ist folgende Tabelle zu verwenden:

Note	**Punkte**	**Erreichte Punktzahl**
sehr gut plus	15	124 – 118
sehr gut	14	117 – 112
sehr gut minus	13	111 – 106
gut plus	12	105 – 100
gut	11	99 – 93
gut minus	10	92 – 87
befriedigend plus	9	86 – 81
befriedigend	8	80 – 75
befriedigend minus	7	74 – 69
ausreichend plus	6	68 – 62
ausreichend	5	61 – 56
ausreichend minus	4	55 – 48
mangelhaft plus	3	47 – 41
mangelhaft	2	40 – 33
mangelhaft minus	1	32 – 25
ungenügend	0	24 – 0